
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2015/2016 Academic Session

June 2016

CPT112 – Discrete Structures
[Struktur Diskret]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:

[ARAHAN KEPADA CALON:]

- Please ensure that this examination paper contains **FOUR** questions in **EIGHT** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **LAPAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

- Answer **ALL** questions.

*[Jawab **SEMUA** soalan.]*

- You may answer the questions either in English or in Bahasa Malaysia.

[Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam bahasa Inggeris atau bahasa Malaysia.]

- In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. (a) Find the Cartesian product of $A = \{\text{Ahmad, Chong}\}$ and $B = \{a, b, c\}$.

Cari hasil darab Cartesian $A = \{\text{Ahmad, Chong}\}$ dan $B = \{a, b, c\}$.

(20/100)

- (b) Let $A = \{a, b, c, d\}$ and $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Find

Biarkan $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Cari

(i) $A \cup B$

(4/100)

(ii) $A \cap B$

(4/100)

(iii) $A - B$

(4/100)

(iv) $B - A$

(4/100)

(v) $(A \cup (B - A))$

(12/100)

- (c) Let $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Find

Biarkan $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Cari

(i) $A \vee B$

(8/100)

(i) $A \wedge B$

(8/100)

(iii) $A \odot B$

(12/100)

- (d) Find the Boolean product of A and B where

Cari Boolean bagi hasil darab A dan B di mana

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(24/100)

2. (a) Given $S_n = 0 + 5 + 10 + 15 + \dots + 5n = 5n(n+1)/2$, where $n \in \mathbb{N}$.

Diberi $S_n = 0 + 5 + 10 + 15 + \dots + 5n = 5n(n+1)/2$, yang mana $n \in \mathbb{N}$.

- (i) By using mathematical induction, prove:

Dengan menggunakan matematik aruhan, buktikan:

$$0 + 5 + 10 + 15 + \dots + 5n = 5n(n+1)/2, n \in \mathbb{N}.$$

(20/100)

- (ii) Find an implicit formula for S_n .

Dapatkan formula tersirat untuk S_n .

(10/100)

- (iii) Write a recursive pseudocode that can find the n -th term of S_n .

Tuliskan satu pseudokod rekursi yang dapat mencari nilai ke- n untuk S_n .

(20/100)

- (b) A snail has been climbing a wall for many days. Within a day, its climb (in cm) is equal to: 3 times the climb of the previous day minus 2 times the climb of the previous, previous day (two days before) – this happen because it was slipping down the wall everytime it fell asleep at night. Note: Its yield for its first day climb is 1 cm and its yield for the second day climb is 2 cm.

Seekor siput telah memanjat dinding untuk beberapa hari. Dalam masa sehari, pendakian (dalam cm) ia adalah sama dengan: 3 kali pendakian hari sebelumnya, ditolak dengan 2 kali pendakian dua hari sebelumnya - ini berlaku kerana siput itu tergelongsor ke bawah setiap kali ia tertidur pada sebelah malam. Nota: hasil pendakian hari pertama ia adalah 1 cm dan hasil pendakian hari kedua ia adalah 2 cm.

- (i) Find an implicit formula to model the above situation.

Cari satu rumus tersirat untuk memodelkan situasi di atas.

(10/100)

- (ii) Use Linear Homogeneous Recurrence Relation (LHRR) to change the implicit formula found in 2(b)(i) to the equivalent explicit formula.

Gunakan LHRR untuk menukarkan rumus tersirat di 2(b)(i) kepada rumus nyata/tersurat.

(30/100)

- (iii) On what day the snail will reach the top of the wall if the wall is 1 meter high.

Pada hari keberapakah siput tersebut akan sampai ke puncak dinding jika tinggi dinding itu ialah 1 meter.

(10/100)

3. (a) Consider a relation $R = \{(a, b) \mid a \text{ divides } b\}$ on the set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. List down all the ordered pairs in R .

Pertimbangkan hubungan $R = \{(a, b) \mid a \text{ yang membahagikan } b\}$ pada set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Senaraikan semua pasangan tertib di R .

(13/100)

- (b) For each of the relations below, which represent relations based on a set of School of Computer Sciences students

$R = \{(b, c) \mid b \text{ is taller than } c\}$.

$R = \{(b, c) \mid b \text{ was born on the same day as } c\}$.

$R = \{(b, c) \mid b \text{ has same name as } c\}$.

Bagi setiap hubungan di bawah, yang berhasrat untuk mewakili hubungan antara satu set pelajar Pusat Pengajian Sains Komputer

$R = \{(b, c) \mid b \text{ adalah lebih tinggi daripada } c\}$.

$R = \{(b, c) \mid b \text{ dilahirkan pada hari yang sama dengan } c\}$.

$R = \{(b, c) \mid b \text{ mempunyai nama sama seperti } c\}$.

which relations on the set of School of Computer Sciences students is

nyatakan keadaan yang mana hubungan di set pelajar Pusat Pengajian Sains Komputer adalah

- (i) transitive.

transitif.

(9/100)

(ii) reflexive.

refleksif.

(9/100)

(iii) symmetric.

simetri.

(9/100)

- (c) In Malaysia, JPJ plans to have car registration numbers with two vowels letter and the last 4 are even digits. In that case, what are total of car registration number plates could be issued?

Di Malaysia, JPJ merancang untuk menggunakan nombor pendaftaran kereta dengan dua huruf vokal dan 4 digit terakhir menggunakan nombor genap. Dalam kes ini, berapakah jumlah plat nombor pendaftaran kereta boleh dikeluarkan?

(20/100)

- (d) How many poker hands of five cards can be dealt from a standard deck of 52 cards?

Berapa banyak kombinasi poker yang menggunakan lima kad boleh diatur daripada 52 dek kad yang standard?

(20/100)

- (e) Suppose that there are 47 academic staff at the School of Computer Sciences, USM. How many ways are there to select 5 academic staff as exco members?

Andaikan terdapat 47 kakitangan akademik di Pusat Pengajian Sains Komputer, USM. Berapa banyak cara yang anda ada untuk memilih 5 staf akademik sebagai ahli exco?

(20/100)

4. (a) Use the Dijkstra's algorithm to find the shortest path and the length of the path between the vertices **A** and **H** based on the following weighted graph shown in Figure 1:

Gunakan algoritma Dijkstra untuk mencari laluan terdekat dan panjang laluan di antara nod A dengan H berdasarkan graf wajaran berikut ditunjukkan dalam Rajah 1:

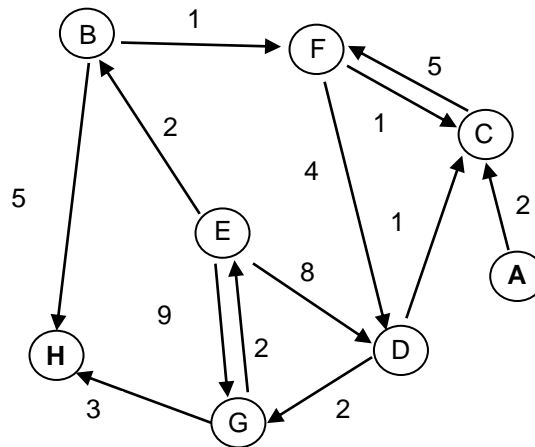


Figure 1
Rajah 1

Produce a tracing as shown in Table 1 as your answer.

Hasilkan satu jejakan seperti Jadual 1 sebagai jawapan anda.

Iterations	1	2	...	8
Nodes				
A	(0,A)			
B	∞			
...	∞			
∞	∞			

Table 1
Jadual 1

(20/100)

- (b) Given the following tree (graph) as shown in Figure 2:

Diberi pepohon (graf) seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 2:

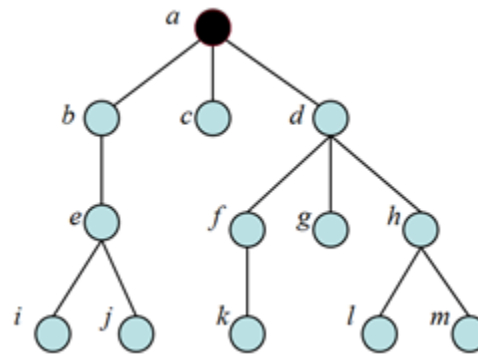


Figure 2

Rajah 2

- (i) Find the pre-order traversal of the tree.

Cari penyusunan pepohon "pre-order".

(8/100)

- (ii) Find the post-order traversal of the tree.

Cari penyusunan pepohon "port-order".

(8/100)

- (iii) Using the ordering $c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, a, b, c$ and the depth-first search algorithm, find a spanning tree for the graph (note: the graph is already a tree which is rooted at node a).

Dengan menggunakan susunan $c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, a, b, c$ dan algoritma gelintaran dalam-dahulu, cari pepohon rentang untuk graf (nota: graf ialah pepohon di mana berakar pada nod a).

(8/100)

- (c) Given $G = (V, T, S, P)$ is the phrase-structure grammar with $V = \{0, 1, A, B, S\}$, $T = \{0, 1\}$, and a set of productions P consisting of

Diberi $G = (V, T, S, P)$ ialah tatabahasa frasa-struktur dengan $V = \{0, 1, A, B, S\}$, $T = \{0, 1\}$, dan set produksi P yang terdiri daripada

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0A, \\ S &\rightarrow 1A, \\ A &\rightarrow 0B, \\ B &\rightarrow 1A, \\ B &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

- (i) Show that 10101 belongs to the language generated by G .

Tunjukkan bahawa 10101 tergolong dalam bahasa yang dihasilkan oleh G .

(12/100)

- (ii) Show that 10110 does not belong to the language generated by G .

Tunjukkan bahawa 10110 bukan tergolong dalam bahasa yang dihasilkan oleh G .

(12/100)

- (iii) What is the language generated by G ?

Apakah bahasa yang dihasilkan oleh G ?

(12/100)

- (d) Draw the state diagram for the finite-state machine which is represented using the following state table.

Lukiskan gambarajah keadaan bagi mesin keadaan terhingga yang diwakilkan dengan menggunakan jadual keadaan berikut.

State	f		g	
	Input		Output	
	0	1	0	1
S0	S0	S4	1	1
S1	S0	S3	0	1
S2	S0	S2	0	0
S3	S1	S1	1	1
S4	S1	S0	1	0

(20/100)